INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN BRĂILA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 18.02.2012

CLASA a X a

1. Fie $z_1, z_2, \ldots, z_n \in \mathbb{C}^*, n \geq 2$. Să se arate că:

a) $|z_1|^2 + |z_2|^2 + \ldots + |z_n|^2 \geq \operatorname{Im}\left(z_1 z_2 + z_2 z_3 + \ldots + z_n z_1\right)$

b) Dacă avem egalitate atunci să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $z_1 z_2 z_3 \ldots z_n \in i\mathbb{R}^*$.

Gheorghe Alexe, Brăila

2. Fie $a \in (0,\infty)$. Să se determine $x, y \in (0,\infty)$ astfel încât: $\lg^2 \frac{x}{y} = 3\lg\frac{x}{a}\lg\frac{a}{y}$.

Gazeta Matematică

3. Fie M un punct în planul ΔABC. Demonstrați că: $\frac{AB \cdot AC \cdot BC}{MA \cdot MB \cdot MC} \leq \frac{AB}{MC} + \frac{AC}{MB} + \frac{BC}{MA}$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

4. Discutați şi rezolvați ecuația: $(ab)^x + ab = a^{1+x} + b^{1+x}$, în funcție de $a, b > 0$. Precizați în ce condiții ecuația are două rădacini distincte x_1, x_2 şi arătați că $|x_1 + x_2| > 2$.

Victoria şi Dan Negulescu, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.